

## BAC TECHNOLOGIQUE 2005 - SCIENCES ET TECHNOLOGIES INDUSTRIELLES - GÉNIE ÉLECTRONIQUE - GÉNIE ÉLECTROTECHNIQUE - GÉNIE OPTIQUE

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Coefficient : 4    Durée : 4 heures

### ★ EXERCICE 1 (5 POINTS)

1. Le nombre  $i$  est le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$ .

On considère  $P(z) = z^3 - 4z^2 + 6z - 4$  où  $z$  est un nombre complexe.

- Calculer  $P(2)$ .
- Déterminer les nombres réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $P(z) = (z - 2)(az^2 + bz + c)$ .
- Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$ .

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 5 cm.

- Placer les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives  $z_A = 2$ ,  $z_B = 1 + i$ ,  $z_C = 1 - i$ .
- Déterminer le module et un argument de  $z_A$ ,  $z_B$  et  $z_C$ .
- Montrer que  $C$  est l'image de  $B$  par une rotation de centre  $O$  dont on précisera l'angle.
- Déterminer les affixes des points  $I$  et  $J$ , milieux respectifs des segments  $[OA]$  et  $[BC]$ .
- Quelle est la nature du quadrilatère  $OBAC$  ? Justifier la réponse.

### ★ EXERCICE 2 (4 POINTS)

1. On considère la fonction  $f$  définie sur l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels par  $f(x) = 3x - 1 + \frac{1}{e^{2x}}$ .

- Montrer que la fonction dérivée  $f'$  est telle que  $f'(x) = \frac{3e^{2x} - 2}{e^{2x}}$ .
- Résoudre l'équation  $f'(x) = 0$ , puis justifier l'existence d'un minimum et en donner la valeur exacte.
- Dresser le tableau de variation de  $f$  (les limites en  $-\infty$  et en  $+\infty$  ne sont pas demandées).

2. On considère l'équation différentielle (E) :  $y' + 2y = 6x + 1$  où  $y$  est une fonction de la variable réelle  $x$  et  $y'$  sa dérivée.

- Résoudre l'équation différentielle  $y' + 2y = 0$ .
- Démontrer que la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 3x - 1$  est solution de l'équation (E).
- Vérifier que la fonction  $f$  est solution de (E) et que  $f(0) = 0$ .

### ★ PROBLÈME (11 POINTS)

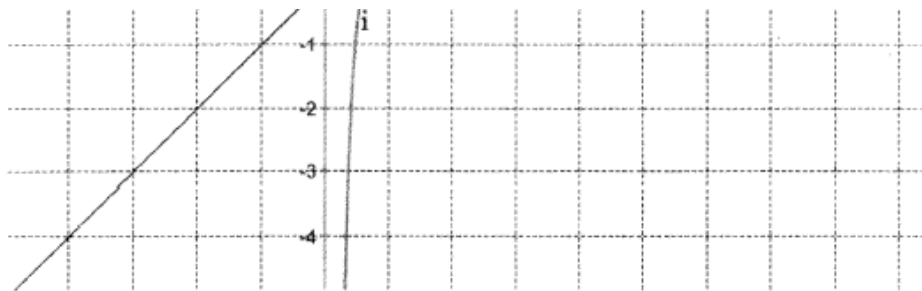
#### Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

On donne dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  la représentation graphique  $\Gamma$  d'une fonction  $g$ , définie, dérivable et strictement croissante sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .

La droite  $T$  passant par  $O$  et  $A(1; 1)$  est tangente en  $A$  à la courbe  $\Gamma$ .

La courbe  $\Gamma$  admet pour asymptote verticale l'axe des ordonnées.





1. Déterminer graphiquement :

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$                       b)  $g(1)$                       c)  $g'(1)$

2. On admet que, pour tout réel de l'intervalle  $]0; +\infty[$ ,  $g(x) = \ln x + \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2}$ , où a et b sont deux nombres réels.

- a) Exprimer  $g(1)$  et  $g'(1)$  en fonction de a et b.  
 b) Déterminer a et b en utilisant les résultats précédents.

3. On suppose que g est définie sur  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = \ln x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$

- a) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $[0,2; 0,8]$ ; déterminer un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude 0,01 et en déduire une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près par excès.  
 b) En déduire, en utilisant le sens de variation de g, le signe  $g(x)$  sur  $]0; +\infty[$ .

### Partie B : Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = e^x(\ln x + \frac{1}{x})$ .

On note C la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. a) Déterminer la limite de f en  $+\infty$ .  
 b) Vérifier que l'on peut écrire, pour tout x appartenant à l'intervalle  $]0; +\infty[$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{x}(x \ln x + 1)$   
 c) En déduire la limite de f en 0 (on admettra que  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$ ).  
 2. a) Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f et vérifier que, pour tout réel x de l'intervalle  $]0; +\infty[$ ,  $f'(x) = g(x)e^x$ .  
 b) En utilisant le signe de g obtenu précédemment, étudier le sens de la variation de f sur  $]0; +\infty[$ .  
 3. a) Déterminer une équation de la tangente  $\Delta$  à la courbe C au point d'abscisse 1.  
 b) Sur la feuille annexe jointe, on a représenté la courbe C. Sur cette figure, tracer la droite  $\Delta$ .

### Partie C : Calcul d'une aire

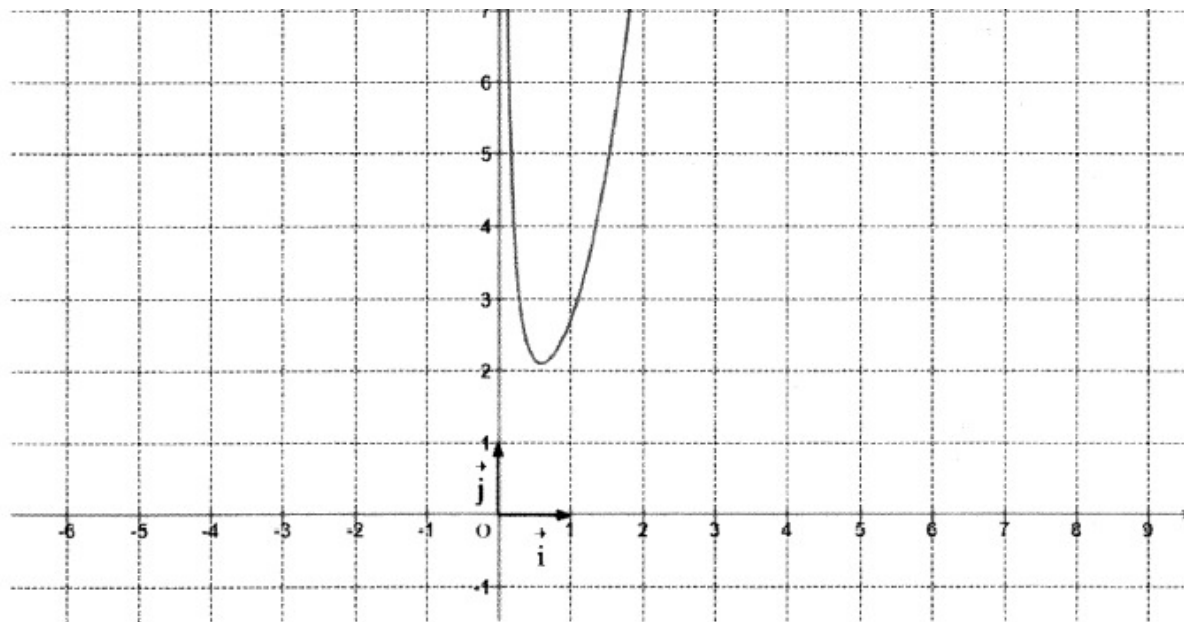
1. On note a un nombre réel tel que  $0 < a < 1$ .

a) Montrer que la fonction h, définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $h(x) = e^x \ln x$  est une primitive de la fonction f sur  $]0; +\infty[$ .

b) En déduire que  $\int_a^1 f(x) dx = -e^a \ln a$ .

2.  $\mathcal{D}$  désigne la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe C et les droites d'équations  $x = \frac{1}{2}$  et  $x = 1$ .

- a) Sur la feuille annexe, hachurer le domaine  $\mathcal{D}$ .  
 b) Calculer la valeur exacte de la mesure, exprimée en unités d'aire, de l'aire de  $\mathcal{D}$ .



Annexe



### ★ EXERCICE 1

#### 1. a) Calcul de $P(2)$ :

$$P(2) = 2^3 - 4 \times 2^2 + 6 \times 2 - 4$$

$$P(2) = 8 - 16 + 12 - 4$$

$$P(2) = 0$$

On en déduit que 2 est racine du polynôme  $P$ .

#### 1. b) Déterminons les réels $a$ , $b$ et $c$ :

Pour tout nombre complexe  $z$ ,

$$P(z) = (z - 2)(az^2 + bz + c) = az^3 + bz^2 + cz - 2az^2 - 2bz - 2c$$

$$= az^2 + (b - 2a)z^2 + (c - 2b)z - 2c.$$

Or,  $P(z) = z^3 - 4z^2 + 6z - 4$ . Donc par identification, on obtient :

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ b - 2\alpha = -4 \\ c - 2b = 6 \\ -2c = -4 \end{cases}$$

$$\text{soit : } \begin{cases} \alpha = 1 \\ b = -4 + 2\alpha = -2 \\ c = 2 \end{cases}$$

D'où : pour tout nombre complexe  $z$ ,  $P(z) = (z - 2)(z^2 - 2z + 2)$ .

#### 1. c) Résolution dans l'ensemble des nombres complexes de l'équation $P(z) = 0$ :

$$P(z) = 0 \text{ si et seulement si } (z - 2)(z^2 - 2z + 2) = 0$$

$$\text{si et seulement si } z - 2 = 0 \text{ ou } z^2 - 2z + 2 = 0$$

$$\text{si et seulement si } z = 2 \text{ ou } z^2 - 2z + 2 = 0$$

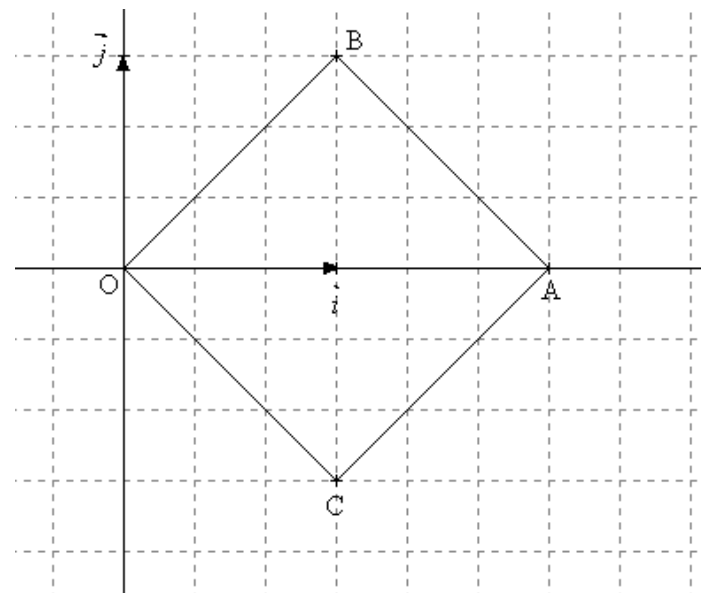
Résolvons dans l'ensemble des nombre complexes l'équation  $z^2 - 2z + 2 = 0$  :

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 2 = -4 = (2i)^2$$

$$\text{Donc : } z_1 = \frac{2 - 2i}{2} = 1 - i \quad \text{et} \quad z_2 = \frac{2 + 2i}{2} = 1 + i$$

D'où : les solutions de l'équation  $P(z) = 0$  sont : 2;  $1 - i$  et  $1 + i$ .

#### 2. a)



2. b) **Module et argument de  $z_A$  :**

$z_A = 2$ , donc :

$$|z_A| = 2 \text{ et } \arg z_A = 0 (2\pi)$$

**Module et argument de  $z_B$  :**

$z_B = 1 + i$ , donc :

$$|z_B| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ et } \arg z_B = \theta_B (2\pi), \text{ avec } \cos \theta_B = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } \sin \theta_B = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{D'où : } \arg z_B = \frac{\pi}{4} (2\pi)$$

$$\text{On a alors : } z_B = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$$

**Module et argument de  $z_C$  :**

$$z_C = 1 - i = \overline{z_B}$$

$$\text{Donc : } |z_C| = \sqrt{2} \text{ et } \arg z_C = -\frac{\pi}{4} (2\pi)$$

$$\text{On a alors : } z_C = \sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

2. c) **Montrons que C est l'image de B par une rotation de centre O :**

On a :  $|z_B| = |z_C|$ , donc  $OB = OC$ .

C est donc l'image de B par une rotation de centre O. Déterminons son angle  $\theta$  : on a :

$$z_C = e^{i\theta} z_B$$

$$\text{Donc : } \sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} = e^{i\theta} \times \sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

$$\text{Donc : } e^{-i\frac{\pi}{4}} = e^{i(\theta + \frac{\pi}{4})}$$

$$\text{Donc : } -\frac{\pi}{4} = \theta + \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Donc : } \theta = -\frac{\pi}{2}$$

D'où : C est l'image de B par la rotation de centre O et d'angle  $-\frac{\pi}{2}$ .

2. d) **Affixe du point I :**

I est le milieu du segment [OA], donc :

$$z_I = \frac{z_O + z_A}{2} = \frac{0 + 2}{2} = 1$$

D'où :  $z_I = 1$ .

**Affixe du point J :**

J est le milieu du segment [BC], donc :

$$z_J = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{1 + i + 1 - i}{2} = 1$$

D'où :  $z_J = 1$ .

2. e) **Nature du quadrilatère OBAC :**

Comme  $z_J = z_I = 1$ , alors les points I et J sont confondus.

Les segments [OA] et [BC] ont donc le même milieu.

Le quadrilatère OBAC est donc un parallélogramme.

De plus,  $OB = |z_B| = \sqrt{2}$  et  $OC = |z_C| = \sqrt{2}$ . Le parallélogramme OBAC a donc deux côtés consécutifs de même longueur, donc c'est un losange.

Et on sait que C est l'image de B par la rotation de centre O et d'angle  $-\frac{\pi}{2}$ . Donc l'angle  $\widehat{BOC}$  est un angle droit. On en conclut que le quadrilatère OBAC est un carré.

## ★ EXERCICE 2

1. a) La fonction f est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et on a :

$$f'(x) = 3 - \frac{2}{e^{2x}} = \frac{3e^{2x} - 2}{e^{2x}}$$

Donc : pour tout x réel,  $f'(x) = \frac{3e^{2x} - 2}{e^{2x}}$

1. b) Pour tout nombre réel x,  $e^{2x} > 0$ , donc :

$$f'(x) = 0 \text{ si et seulement si } 3e^{2x} - 2 = 0$$

$$\text{si et seulement si } 3e^{2x} = 2$$

$$\text{si et seulement si } e^{2x} = \frac{2}{3}$$

$$\text{si et seulement si } 2x = \ln \frac{2}{3}$$

$$\text{si et seulement si } x = \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$$

On a :

$$f'(x) > 0 \text{ si et seulement si } 3e^{2x} - 2 > 0$$

$$\text{si et seulement si } e^{2x} > \frac{2}{3}$$

$$\text{si et seulement si } 2x > \ln \frac{2}{3} \text{ car la fonction } \ln \text{ est strictement croissante sur } ]0; +\infty[$$

$$\text{si et seulement si } x > \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$$

$$\text{et } f'(x) < 0 \text{ si et seulement si } x < \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$$

Donc :

$$f'(x) \geq 0 \text{ si } x \in \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}; +\infty[$$

$$\text{et } f'(x) \leq 0 \text{ si } x \in ]-\infty; \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}]$$

f s'annule pour  $x = \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$  et change de signe donc f admet un extremum.

f est croissante sur  $\left[ \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}; +\infty[$  et f est décroissante sur  $] -\infty; \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}]$

La fonction f admet donc un minimum en  $\frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$  et ce minimum vaut :

$$f\left(\frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}\right) = 3 \times \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3} - 1 + \frac{1}{e^{2 \times \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{3}{2} \ln \frac{2}{3} - 1 + \frac{1}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{3}{2} \ln \frac{2}{3} - 1 + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3}{2} \ln \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$

1. c) Tableau de variation de f :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
f	$\searrow$ $\frac{3}{2} \ln \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ $\nearrow$		

2. a) Résolvons l'équation différentielle :

$$y' + 2y = 0$$

Les solutions de cette équation différentielle du premier ordre à coefficients constants sans second membre sont de la forme  $y(x) = ke^{-2x} = \frac{k}{e^{2x}}$  où k est une constante réelle.

## 2. b) Démontrons que la fonction g est solution de l'équation (E) :

$$g(x) = 3x - 1$$

La fonction g est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et  $g'(x) = 3$ .

On a donc, pour tout nombre réel x,

$$g'(x) + 2g(x) = 3 + 2(3x - 1) = 3 + 6x - 2 = 6x + 1$$

D'où : la fonction g est solution de l'équation (E).

## 2. c) Vérifions que la fonction f est solution de (E) :

$$\text{On a : } f(x) = 3x - 1 + \frac{1}{e^{2x}} \text{ et } f'(x) = \frac{3e^{2x} - 2}{e^{2x}}$$

Donc :

$$\begin{aligned} f'(x) + 2f(x) &= \frac{3e^{2x} - 2}{e^{2x}} + 2\left(3x - 1 + \frac{1}{e^{2x}}\right) \\ &= 3 - \frac{2}{e^{2x}} + 6x - 2 + \frac{2}{e^{2x}} \\ &= 6x + 1 \end{aligned}$$

$$\text{Et } f(x) = 3 \times 0 - 1 + \frac{1}{e^{2 \times 0}} = 0 - 1 + 1 = 0$$

D'où : la fonction f est solution de l'équation (E) et  $f(0) = 0$ .

### ★ PROBLÈME (11 POINTS)

#### Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

Graphiquement :

$$1. a) \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$$

$$1. b) g(1) = 1$$

$$1. c) g'(1) = 1 \text{ (c'est le coefficient directeur de la tangente T)}$$

## 2. a) Expression de g(1) :

$$g(x) = \ln x + \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2}$$

$$\text{Donc : } g(1) = \ln 1 + \frac{a}{1} + \frac{b}{1^2} = a + b$$

## Expression de g'(1) :

$$g'(x) = \frac{1}{x} - \frac{a}{x^2} - \frac{2b}{x^3}$$

$$\text{Donc : } g'(1) = \frac{1}{1} - \frac{a}{1^2} - \frac{2b}{1^3} = 1 - a - 2b.$$

## 2. b) Déterminons a et b :

On sait d'une part que  $g(1) = 1$  et  $g'(1) = 1$  et d'autre part que  $g(1) = a + b$  et  $g'(1) = 1 - a - 2b$ .

On en déduit alors le système suivant :

$$\begin{cases} \alpha + b = 1 \\ 1 - \alpha - 2b = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ce qui équivaut à } \begin{cases} \alpha + b = 1 \\ \alpha + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\text{Donc : } \begin{cases} \alpha = 1 - b \\ 1 - b + 2b = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \alpha = 1 - b \\ b = -1 \end{cases} \iff \begin{cases} \alpha = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\text{D'où : pour tout réel de l'intervalle } ]0; +\infty[ \quad g(x) = \ln x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$3. a) \text{ On a vu que } g'(x) = \frac{1}{x} - \frac{a}{x^2} - \frac{2b}{x^3}, \text{ c'est-à-dire } g'(x) = \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3}$$

$$\text{Donc : } g'(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^3}$$

Pour tout réel x de l'intervalle  $]0; +\infty[$ ,  $x^3 > 0$ .

Donc sur  $]0; +\infty[$ ,  $g'(x)$  est du signe de  $x^2 - 2x + 2$ .

Étudions le signe de ce polynôme :

$$\begin{aligned} \Delta &= (-2)^2 - 4 \times 1 \times 2 \\ &= 4 - 8 = -4 < 0 \end{aligned}$$

$x^2 - 2x + 2$  est donc toujours du même signe. Comme le coefficient de  $x^2$  est strictement positif, alors  $x^2 - 2x + 2 > 0$  pour tout réel de l'intervalle  $]0; +\infty[$ .

Donc, pour tout réel de l'intervalle  $]0; +\infty[$ ,  $g'(x) > 0$ .

La fonction  $g$  est donc croissante sur  $]0; +\infty[$ .

La fonction  $g$  est strictement croissante et continue sur  $[0,2; 0,8]$ .

De plus,  $g(0,2) \approx -16,6 < 0$  et  $g(0,8) \approx 0,7 > 0$ .

Il existe donc un unique réel  $\alpha$  de  $[0,2; 0,8]$  tel que  $g(\alpha) = 0$

A l'aide de la calculatrice, on trouve :  $0,59 < \alpha < 0,60$ .

D'où :  $\alpha = 0,60$  à  $10^{-2}$  près par excès.

3. b) **Signe  $g(x)$  sur  $]0; +\infty[$  :**

On en déduit donc que  $g(x)$  est négative sur  $]0; \alpha]$  et que  $g(x)$  est positive sur  $[\alpha; +\infty[$ .

### Partie B : Etude d'une fonction

1. a) **Limite de  $f$  en  $+\infty$  :**

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \end{array} \right\} \text{Donc, par addition, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \ln x + \frac{1}{x} \right) = +\infty$$

Par multiplication, on en déduit que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

1. b) Pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0; +\infty[$ ,

$$f(x) = e^x \left( \ln x + \frac{1}{x} \right) = \frac{e^x}{x} (x \ln x + 1) \text{ (en factorisant par } \frac{1}{x} \text{)}$$

1. c) **Limite de  $f$  en  $0$  :**

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0 \text{ donc } \lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x + 1) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0} e^x = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \end{array} \right\} \text{donc, par multiplication, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

D'où :  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

2. a)  $f$  est de la forme  $uv$  et  $(uv)' = u'v + uv'$ , avec  $u(x) = e^x$  et  $v(x) = \ln x + \frac{1}{x}$ .

$$\text{Donc : } u'(x) = e^x \text{ et } v'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}.$$

Donc : pour tout réel de  $]0; +\infty[$ ,

$$\begin{aligned} f'(x) &= e^x \left( \ln x + \frac{1}{x} \right) + e^x \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) \\ &= e^x \left( \ln x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) \\ &= g(x) e^x \end{aligned}$$

D'où : pour tout réel de  $]0; +\infty[$ ,  $f'(x) = g(x) e^x$ .

2. b) **Sens de la variation de  $f$  sur  $]0; +\infty[$  :**

Pour tout réel de  $]0; +\infty[$ ,  $e^x > 0$ .

Donc : sur  $]0; +\infty[$ ,  $f'(x)$  est du signe de  $g(x)$ .

Donc :  $f'(x) \leq 0$  si  $x$  appartient à l'intervalle  $]0; \alpha]$  et  $f'(x) \geq 0$  si  $x$  appartient à l'intervalle  $[\alpha; +\infty[$ .

D'où : la fonction  $f$  est décroissante sur  $]0; \alpha]$  et  $f$  est croissante sur  $[\alpha; +\infty[$ .

3. a) **Equation de la tangente  $\Delta$  à la courbe  $C$  au point d'abscisse 1 :**

Equation de la forme  $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$ .

$$\text{Or, } f'(1) = g(1) e^1 = \left( \ln 1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{1^2} \right) e = e$$

$$\text{et } f(1) = e^1 \left( \ln 1 + \frac{1}{1} \right) = e.$$

$$\text{Donc : } y = e(x - 1) + e = ex - e + e = ex$$

D'où :  $\Delta : y = ex$

3. b) cf graphique

### Partie C : Calcul d'une aire

1. a)  $h$  est de la forme  $uv$  et  $(uv)' = u'v + uv'$

avec  $u(x) = e^x$  et  $v(x) = \ln x$

Donc :  $u'(x) = e^x$  et  $v'(x) = \frac{1}{x}$

Donc, pour tout réel de  $]0; +\infty[$ ,  $h'(x) = e^x \ln x + e^x \times \frac{1}{x} = e^x \left( \ln x + \frac{1}{x} \right) = f(x)$

D'où : la fonction  $h$  est une primitive de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .

1. b)

$$\begin{aligned} \int_a^1 f(x) dx &= [h(x)]_a^1 = h(1) - h(a) \\ &= e^1 \ln 1 - e^a \ln a = -e^a \ln a \end{aligned}$$

2. a) cf graphique

2. b) L'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe  $C$  et les droites d'équations  $x = \frac{1}{2}$  et  $x = 1$  est donnée par :

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx.$$

C'est l'intégrale précédente avec  $a = \frac{1}{2}$ .

Donc :

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = -e^{\frac{1}{2}} \ln \frac{1}{2} = e^{\frac{1}{2}} \ln 2$$

D'où : L'aire de  $\mathcal{D}$  est égale à  $e^{\frac{1}{2}} \ln 2$  u.a.

